Gemengde opgaven

8 Rijen en veranderingen

Bladzijde 231

1 **a** A_n is een rekenkundige rij met $A_0 = 1000$ en $v = -23$, dus $A_n = 1000 - 23n$.
Los op $1000 - 23n = 0$
$-23n = -1000$
$n = 43{,}4...$
$A_{43} = 11$ en $A_{44} = -12$
De som van de positieve termen is $\sum_{k=0}^{43}(1000 - 23k) = 22\,242$.

b $v(n)$ is een meetkundige rij met $v(0) = 1000$ en $r = 0{,}96$, dus $v(n) = 1000 \cdot 0{,}96^n$.
$v(16) \approx 520{,}4$ en $v(17) \approx 499{,}6$
De som van de termen die groter zijn dan 500 is $\sum_{k=0}^{16} 1000 \cdot 0{,}96^k \approx 12\,510$.

c Voer de rij in op de GR.
De tabel geeft $a(2) = -13$, $a(3) = 0$, $a(4) = 11$, …, $a(14) = 11$, $a(15) = 0$, $a(16) = -13$.
De som van de termen die groter zijn dan nul is $\sum_{k=4}^{14}(-k^2 + 18k - 45) = 286$.

2 **a** u_n is een rekenkundige rij met $u_1 = 300$ en $v = 6$,
dus $u_n = 300 + 6(n - 1) = 300 + 6n - 6 = 294 + 6n$.
De recursieve formule is $u_n = u_{n-1} + 6$ met $u_1 = 300$.
v_n is een meetkundige rij met $v_1 = 0{,}1$ en $r = 2$, dus $v_n = 0{,}1 \cdot 2^{n-1}$.
De recursieve formule is $v_n = 2 \cdot v_{n-1}$ met $v_1 = 0{,}1$.

b Voer de rijen in op de GR.
$u_{12} = 366$ en $v_{12} = 204{,}8$, dus $u_{12} > v_{12}$.
$u_{13} = 372$ en $v_{13} = 409{,}6$, dus $u_{13} < v_{13}$.
Vanaf $n = 13$ is $v_n > u_n$.

c TI Voer in $u(n) = 294 + 6n$ met nMin = 1
en $v(n) = v(n - 1) + 294 + 6n$ met v(nMin) = 300.
Casio Voer in $a_n = 294 + 6n$ met Start: 1.
Lees af in de tabel $\sum_{k=1}^{14} u_k = 4746$ en $\sum_{k=1}^{15} u_k = 5130$, dus vanaf $n = 15$ is $\sum_{k=1}^{n} u_k > 5000$.

3 **a** De recursieve formule is $u_n = 0{,}9 \cdot u_{n-1} + 500$ met $u_0 = 10\,000$.

b Voer de rij in op de GR
De tabel geeft $u_8 \approx 7152$ en $u_9 \approx 6937$, dus na 9 dagen zit er voor het eerst minder dan 7000 m^3 water in de vijver.

c De tabel geeft $u_{100} \approx 5000{,}1$ en $u_{150} = 5000{,}000…$, dus de grenswaarde is 5000 m^3.
OF Je krijgt $0{,}1 \cdot$ grenswaarde = 500 en dit geeft grenswaarde = 5000 m^3.

4 **a** De recursieve formule is $B_n = 1{,}012 \cdot B_{n-1} + 500$ met $B_0 = 500$.

b Voer de rij in op de GR
Bij 1 januari 2025 hoort $n = 10$.
De tabel geeft $B_{10} \approx 5842{,}17$, dus het saldo op 1 januari 2025 is € 5842,17.

c De tabel geeft $B_{17} \approx 9979$ en $B_{18} \approx 10\,599$.
Dus in het jaar 2015 + 18 = 2033.
Ze heeft dan $19 \cdot 500 = 9500$ euro op de rekening gestort.

Bladzijde 232

5 **a** 3 minuten en 55 seconden is 235 seconden.
Je hebt te maken met de rekenkundige rij $T(n) = 235 + 3(n - 1) = 235 + 3n - 3 = 232 + 3n$ waarin $T(n)$ de tijd is over km n.

© Noordhoff Uitgevers bv

TI Voer in
$u(n) = 232 + 3n$ met nMin = 1
en $v(n) = v(n-1) + 232 + 3n$ met $v(n\text{Min}) = 235$.
Casio Voer in $a_n = 232 + 3n$ met Start: 1.

Lees af in de tabel $\sum_{k=1}^{15} T(k) = 3840$.

De eindtijd van Stijn is 3840 seconden, dat is 1 uur en 4 minuten.

b De tabel bij de formule van vraag a geeft $\sum_{k=1}^{10} T(k) = 2485$.

4 minuten en 20 seconden is 260 seconden.
Je hebt te maken met de rekenkundige rij $T(n) = 260 - 2(n-1) = 260 - 2n + 2 = 262 - 2n$.
Voer de formule in op de GR (zoals bij vraag a) en lees af in de tabel $\sum_{k=1}^{10} T(k) = 2512$.
Omdat 2512 > 2485 ligt Stijn met dit trainingsschema achter.
Het scheelt 2512 – 2485 = 27 seconden.

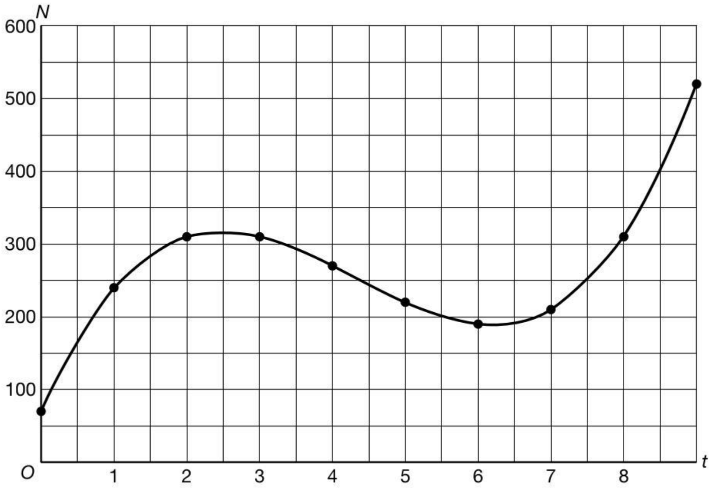
6 **a** De recursieve formule is $B_n = 1{,}023 \cdot B_{n-1} + 1000$ met $B_0 = 10\,000$.
b Voer de rij in op de GR.
Bij 1 januari 2025 hoort $n = 10$.
De tabel geeft $B_{10} \approx 23\,654{,}36$, dus het saldo op 1 januari 2025 is €23 654,36.
c De tabel geeft $B_{13} \approx 28\,394$ en $B_{14} \approx 30047$.
Dus in het jaar 2015 + 14 = 2029.
d De recursieve formule is $B_n = 1{,}023 \cdot B_{n-1} - 2500$ met $B_0 = 36\,048$.
e Voer de rij in op de GR.
De tabel geeft $B_{17} \approx 1764$ en $B_{18} \approx -696$.
Maya kan dus 17 keer 5000 euro opnemen.
f Maya heeft $10\,000 + 17 \cdot 1000 = 27\,000$ euro gestort.
Ze kan $17 \cdot 500 + (5000 - 696) = 89\,304$ euro opnemen.
Ze heeft uiteindelijk 89304 – 27 000 = 62 304 euro meer opgenomen dan dat ze heeft gestort.

7 **a** $u_6 = 1{,}5 \cdot 6^2 + 0{,}5 \cdot 6 = 57$, dus een kaartenhuis met zes rijen bestaat uit 57 kaarten.
b $5 \cdot 54 = 270$ kaarten
Voer de rij in op de GR.
De tabel geeft $u_{13} = 260$ en $u_{14} = 301$.
Dus maximaal 13 rijen.
c $u_{10} = 155$ en $u_9 = 126$, dus de tiende rij bestaat uit 155 – 126 = 29 kaarten.
d $u_{12} = 222$ en $u_{13} = 260$, dus de 13e rij bestaat uit 38 kaarten.
Het kaartenhuis bestaat dan uit 260 kaarten.

Bladzijde 233

8 **a** Bij augustus 2011 hoort $t = 5$.
Op [0, 5] is $\Delta N = 170 + 70 + 0 - 40 - 50 = 150$.
Dus in augustus 2006 zijn er 220 − 150 = 70 herten.
Bij augustus 2015 hoort $t = 9$.
Op [5, 9] is $\Delta N = -30 + 20 + 100 + 210 = 300$.
Dus in augustus 2015 zijn er 220 + 300 = 520 herten.
b Maak een tabel.

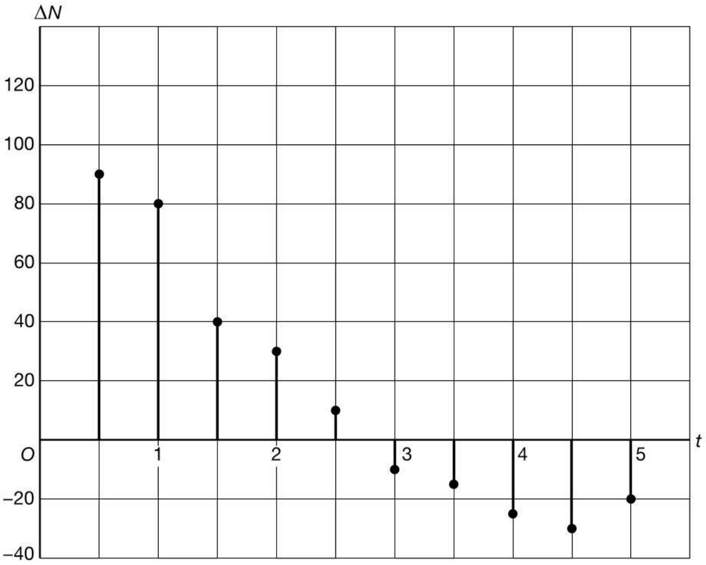
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	70	240	310	310	270	220	190	210	310	520



© Noordhoff Uitgevers bv

c In de figuur van vraag b lees je de waarden van N af.

t	N	ΔN	
0	70		
0,5	160	90	170
1	240	80	
1,5	280	40	70
2	310	30	
2,5	320	10	0
3	310	−10	
3,5	295	−15	−40
4	270	−25	
4,5	240	−30	−50
5	220	−20	



d Voer in $y_1 = 5x^3 - 60x^2 + 200x + 70$.
Je krijgt de volgende tabel.

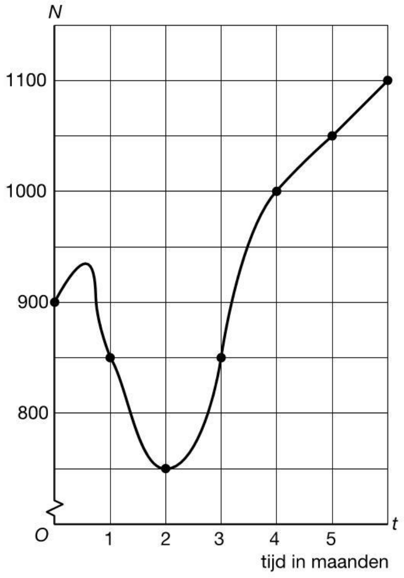
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	70	215	270	265	230	195	190	245	390	655

Dit komt niet overeen met de tabel bij vraag b.
De formule $N = 5t^3 - 60t^2 + 200t + 70$ is dus niet juist.

9 **a** Tussen $t = 1$ en $t = 6$ is $\Delta N = -100 + 100 + 150 + 50 + 50 = 250$.
De gemiddelde snelheid is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{250}{5} = 50$ konijnen per maand.

b Maak een tabel.

t	0	1	2	3	4	5	6
N	900	850	750	850	1000	1050	1100



10 **a** Op het interval $\langle 4, 6 \rangle$.
b Nee.
Neem $\Delta x = 4$. Je krijgt de toenamen $\Delta y = 10$ en $\Delta y = -2$.
De gemiddelde toename is dan 4 en dit is meer dan 3.

c Op [0, 8] is $\Delta y = 2 + 3 + 3 + 2 + 1 - 1 - 2 + 0 = 8$, dus op [0, 8] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8}{8} = 1 \neq 0$.

Op [4, 7] is $\Delta y = 1 - 1 - 2 = -2$, dus op [4, 7] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3} \neq 0$.

Op [3, 7] is $\Delta y = 2 + 1 - 1 - 2 = 0$, dus $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0}{4} = 0$.

Op [3, 8] is $\Delta y = 2 + 1 - 1 - 2 + 0 = 0$, dus $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0}{5} = 0$.

Dus op [3, 7] en op [3, 8] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 0$.

Bladzijde 234

11 **a** Op [3, 8] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(8) - N(3)}{8 - 3} = \frac{6400 - 1125}{5} = 1055$.

b Op [10, 16] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(16) - N(10)}{16 - 10} = \frac{15\,360 - 9000}{6} = 1060$.
De gemiddelde snelheid waarmee N verandert is 1060 patiënten per dag.

c De tweede week is van $t = 7$ tot $t = 14$.
Op [7, 14] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(14) - N(7)}{14 - 7} = \frac{13\,720 - 5145}{7} = 1225$.
De gemiddelde snelheid is 1225 patiënten per dag.

12 **a** Het differentiequotiënt op [3, 6] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(6) - N(3)}{6 - 3} = \frac{32{,}024 - 24{,}149}{3} = 2{,}625$.
Tussen 1 april en 1 juli neemt het aantal hotelovernachtingen per dag gemiddeld met 2625 per maand toe.

b Van 1 november tot en met 31 december, dus op [10, 12].
Op [10, 12] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(12) - N(10)}{12 - 10} = \frac{25{,}904 - 29}{2} = -1{,}548$.
De gemiddelde afname is 1548 per maand.

c Mei, dus op [4, 5].
Op [4, 5] is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(5) - N(4)}{5 - 4} = \frac{30{,}125 - 27{,}344}{1} = 2{,}781$.
De gemiddelde toename is 2781 hotelovernachtingen per maand, dat is $\frac{2781}{4\frac{3}{7}} \approx 628$ per week.

d Augustus, dat is van $t = 7$ tot $t = 8$.
$N(7) = 32{,}789$ en $N(8) = 32{,}384$
Gemiddeld ongeveer 32 500 per nacht, dat is in de hele maand $31 \cdot 32\,500 = 1\,007\,500$.
Dat kan dus kloppen.